

基于 p^2 -不变量的透视变换下的点模式匹配方法

张立华 徐文立

(清华大学自动化系, 北京 100084)

摘要 点模式匹配是计算机视觉和模式识别领域中的一个重要问题. 通过研究, 在假定待匹配的两个点模式中已知有三对点整体对应的前提下, 基于射影坐标以及对投影变换和排序变换同时保持不变的 p^2 -不变量等理论, 通过定义一种广义距离, 给出了一种求解透视变换下, 点数不等的两个平面点模式匹配问题的新算法. 理论分析和仿真实验表明, 该算法是快速、有效的.

关键词 点模式匹配 透视变换 射影坐标 p^2 -不变量 广义距离

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)11-0948-05

Point-Pattern Matching Under Perspective Transformation

ZHANG Li-hua, XU Wen-li

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract Point-pattern matching is an important problem in the fields of computer vision and pattern recognition. Its main task is to pair up the points in two images of a same scene when there is a geometric transformation relating the two images. Once the correspondences between the two sets of points are set up, we can recognize objects and locate their poses in many optical sensor applications. However it is well known that the imaging geometry of a TV camera is a nonlinear perspective transformation. To simplify the difficult solving process, many researchers approximate the perspective-transformation relation with an affine transformation. Obviously it will increase the possibility of fault matchings. In this paper, a new algorithm is proposed to solve the problem of matching two point sets with the different cardinality under a perspective transformation without simplifying the original perspective-transformation relation. Supposing two sets of three points have been matched as a whole beforehand, based on projective coordinates and p^2 -invariant theory, a new concept named generalized distance is introduced. Theoretical analysis and simulation results show that the new algorithm is fast and effective.

Keywords Point-Pattern matching, Perspective transformation, Projective coordinates; p^2 -invariant, Generalized distance

0 引言

点模式匹配是计算机视觉和模式识别领域中的一个重要课题. 它的主要任务是, 将满足一定几何变换关系, 同一场景两幅图象中的点匹配成对, 来进行物体的识别和定位. 它可用于解决基于光学传感器应用中的许多问题, 如零件识别、运动检测、飞行器

导航和姿态测定等.

众所周知, 相机的成像几何是一种非线性的透视变换关系, 这就决定了透视变换下点集匹配问题的求解是复杂的和困难的, 因此, 有些研究者对问题作了某种近似和简化, 如 Jacobs 用尺度正交投影代替透视投影^[1], 从而使被匹配的两个二维点集间满足仿射变换关系. Lamdan 等在文献[2]中同样以仿射变换来近似透视变换, 即用三个非共线点组成的有序三角形做基, 并利用任何仿射变换都不改变其

它点相对于这个三角形坐标的原理, 来实现点模式匹配。

这种以简单的线性仿射变换来代替复杂的非线性透视变换的研究方法, 是基于当物体的大小与物体至相机中心的距离相比, 可以忽略不计时, 其相机成象的透视变换可以用仿射变换来有效近似的这种观点。但由于这种用仿射变换近似地代替透视变换来研究点模式匹配的方法, 其前提条件和有效性, 在实际应用中较难把握, 因而必然会造成某种程度的误匹配。

因此, 为了从根本上克服误匹配, 就必须从真实的透视变换模型出发, 来研究点模式匹配问题, 但遗憾的是, 由于透视变换下点集匹配问题的复杂性, 因此到目前为止还未得到很好地解决。

最近笔者又尝试解决透视变换下的点模式匹配问题。在文献[3]中, 笔者利用计算几何和射影坐标等理论, 给出了透视变换下点数相等的二维点模式匹配问题的一种快速算法。在文献[3]中, 还通过使用遗传算法和对极约束, 将研究对象扩展为透视变换下的点数相等的三维点模式匹配问题, 但考虑到实际点模式匹配问题中, 由于存在有如噪声等不定因素, 可能会造成待匹配的两个点模式的点数并不相等或不能完全匹配的情形。此时, 虽然仍可利用文献[3]中的算法通过使用假设-校验方法来解决, 但由于计算量较大, 因此, 研究透视变换下点数不等或不完全匹配的点模式匹配的快速算法是有重要的现实意义的。

本文在假定待匹配的两个点模式中已知有一对三角形整体对应的前提下, 基于射影坐标理论及对投影变换和排序变换同时保持不变的 p^2 -不变量理论, 通过定义一种广义距离, 给出了求解透视变换下, 点数不等的两个平面点模式匹配问题的一种新算法。理论分析和仿真实验均表明该算法是快速、有效的。

1 预备知识

1.1 交比和射影坐标系

为便于讨论, 先给出一些有关交比的定义。如一直线上 4 点 $A、B、C、D$ 的交比定义为

$$(AB; CD) = \frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{BC}} \cdot \frac{\overrightarrow{AD}}{\overrightarrow{BD}} \quad (1)$$

其中, $\overrightarrow{AC}、\overrightarrow{AD}、\overrightarrow{BC}、\overrightarrow{BD}$ 均表示有向线段。

根据射影几何理论^[4], 透视变换保持共线 4 点的交比不变。现举例说明: 如图 1 所示。图 1 直线 I

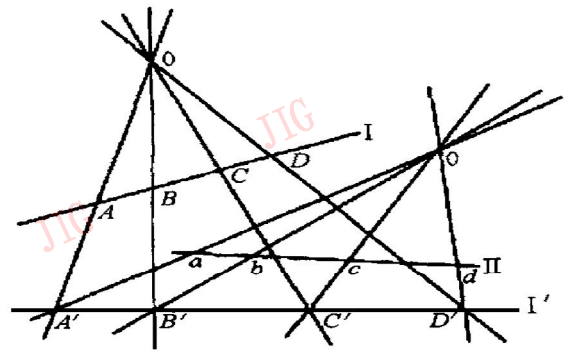


图 1 交比定义示意图

上 4 点 $A、B、C、D$, 经透视变换为直线 I' 上的点 $A'、B'、C'、D'$, 则它们的交比相等, 即如下等式成立

$$(AB; CD) = (A'B'; C'D') \quad (2)$$

事实上, 透视变换只是射影变换的一个特例。图 1 中直线 II 上的 4 点 $a、b、c、d$ 与直线 I 上 4 点 $A、B、C、D$ 之间所满足的变换关系即为射影变换, 根据式 (2), 不难推出

$$(AB; CD) = (ab; cd) \quad (3)$$

如图 2 所示, 取不共线的 3 点 $A_1、A_2、A_3$, 以及不在这 3 点所决定的三角形 3 边上的任一点 E ; 由这 4 点构成的系统称为一个射影坐标系, 三角形 $A_1A_2A_3$ 称为坐标三角形, 点 E 称为单位点。若对射影平面上任一点 P , 以 A_1 为中心把 $E、P$ 投影到直线 A_2A_3 上, 则得到 A_2A_3 上的点 $E_1、P_1$; 若以 A_2 为中心把 $E、P$ 投影到直线 A_1A_3 上, 则得到 A_1A_3 上的点 $E_2、P_2$, 设

$$\begin{aligned} x_2 : x_3 &= (A_3A_2; P_1E_1) \\ x_1 : x_3 &= (A_3A_1; P_2E_2) \end{aligned} \quad (4)$$

则成比例的实数组 (x_1, x_2, x_3) 称为点 P 关于该射影坐标系的射影坐标。这时, 诸参考点的射影坐标分别为 $A_1(1, 0, 0)、A_2(0, 1, 0)、A_3(0, 0, 1)$ 和 $E(1, 1, 1)$ 。

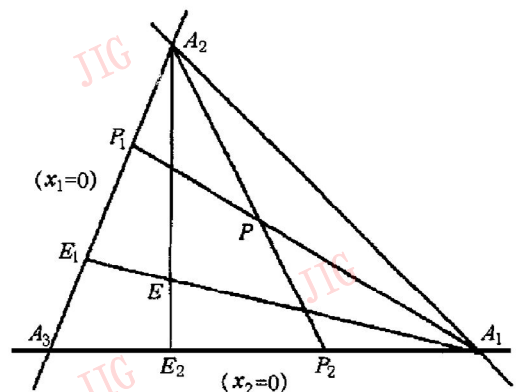


图 2 射影坐标系定义

由此可见,射影坐标系的定义是以交比为基础的,因此在相同的射影坐标系下,进行的射影变换应保持对应点的射影坐标不变.

1.2 p^2 -不变量

从射影坐标系的定义不难看出,由同样的4个点按不同顺序排列所组成的射影坐标系是不相同的,即第5点相对于另外4点按不同顺序所组成的射影坐标系的射影坐标值是不同的.显然,如果利用射影坐标来识别两个点模式,就必须保证两个点集中,组成射影坐标系的点具有相同的顺序,但点的对应顺序正是点模式匹配问题所要求解的,因此,组成射影坐标系的点的所有排列顺序就都必须被检查到,这无疑大大增加了计算复杂度.为此,Lenz等提出了对射影变换和排序变换同时保持不变的不变量—— p^2 -不变量理论^[5].该理论具体描述如下:

设 μ, ν 是第5点相对于另外4点按任意顺序所组成的射影坐标系的射影坐标值,并定义如下5个 J 值

$$J^{(1)} = J[\mu]; J^{(2)} = J[\nu]; J^{(3)} = J\left|\frac{\mu}{\nu}\right|; J^{(4)} = J\left|\frac{\nu-1}{\mu-1}\right|; J^{(5)} = J\left|\frac{\mu(\nu-1)}{\nu(\mu-1)}\right| \quad (5)$$

这里,函数 $J[\lambda]$ 定义为

$$J[\lambda] = \frac{(\lambda^2 - \lambda + 1)^3}{\lambda^2(\lambda - 1)} \quad (6)$$

根据文献[4],集合 $\{J^{(1)}, J^{(2)}, J^{(3)}, J^{(4)}, J^{(5)}\}$ 中的每个元素本身并不是不变量,而作为一个整体,则该集合对由5点按任意顺序排列计算出来的射影坐标都是不变的.因此,为了方便计算,定义由上述5个 J 值按从小到大的顺序排列所组成的向量为 p^2 -不变量,记作

$$\mathbf{J} = (J_1, J_2, J_3, J_4, J_5) \quad (7)$$

这里, $J_1 \leq J_2 \leq J_3 \leq J_4 \leq J_5$.注意,根据文献[4], \mathbf{J} 中独立元素的个数只有2个.

2 透视变换下的点模式匹配算法

2.1 问题描述

本文所讨论的点模式匹配的概念为:设有两个不能完全匹配的二维点模式(即点集) $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 和 $\mathbf{Q} = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$,已知点集 \mathbf{P} 中有3点与点集 \mathbf{Q} 中的3个点整体对应,不失一般性,我们假定 $\{p_1, p_2, p_3\}$ 和 $\{q_1, q_2, p_3\}$ 整体对应.这里,整体对应的含义就是不需知道具体的点对点对应关系.在此前提下,可通过给定误差范围,以求出满足透视变

换关系的点集 \mathbf{P} 中与点集 \mathbf{Q} 中最多点的对应关系.

2.2 定义两点间的广义距离

任给点集 \mathbf{P} 中不属于集合 $\{p_1, p_2, p_3\}$ 的两点 p_i, p_j .令 $A_1 = p_1, A_2 = p_2, A_3 = p_3, E = p_j$ 组成射影坐标系,根据式(4)即可求出 p_i 的射影坐标 (μ, ν) ,再代入式(5)及式(7),即可求出由这5个点生成的 p^2 -不变量 $J_{ij}^k = (J_1^k, J_2^k, J_3^k, J_4^k, J_5^k)$.显然,组成这个 p^2 -不变量 J_{ij}^k 的各元素不依赖于计算射影坐标时的上述5个点的顺序关系,因此,本文称 J_{ij}^k 的各组成元素为 p_i, p_j 两点间的广义距离,显而易见,两点间共有5种可能的广义距离.

2.3 算法思路

利用上面定义的只与两点本身位置有关的广义距离,则不难实现点模式匹配的求解.思路如下:

设点集 \mathbf{P} 和点集 \mathbf{Q} 中有 k 对对应点.任取点集 \mathbf{P} 中一点 p_s ,计算 p_s 到点集 \mathbf{P} 中其它所有点的某一种广义距离,并将这些广义距离组成一长度为 m 的向量,显然此向量只与点 p_s 本身有关,我们称其为点 p_s 的属性向量 \mathbf{v}_s^k ;同理,任取点集 \mathbf{Q} 中一点 q_t ,不难计算 q_t 的长度为 n 的属性向量 \mathbf{v}_t^k .

比较这两个属性向量,即可知,当 p_s 和 p_t 是一对对应点时,虽然 \mathbf{v}_s^k 和 \mathbf{v}_t^k 的长度可能不同,但在一定误差允许范围内,它们至少包含 k 个相同元素,记相同元素的个数为 I_{st} ;而当 p_s 和 q_t 不是一对对应点时,则 \mathbf{v}_s^k 和 \mathbf{v}_t^k 中的元素有相同值的概率是非常小的,也即 I_{st} 很小.据此,可定义如下索引矩阵

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & \dots & I_{1n} \\ I_{21} & I_{22} & \dots & I_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_{m1} & I_{m2} & \dots & I_{mn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

然后,再求出索引矩阵 \mathbf{I} 每行的最大值,并将最大值所处位置填入1,该行其它位置填入0.对于每一个有1的位置,如果其所在的行和列中不再有其它位置包含1,则就找到了一组对应点.按此思路,即可给出如下具体算法:

算法1 透视变换下点模式匹配算法

(1) 对点模式 \mathbf{P} 中每一点 $p_s (s > 3)$,首先计算由其 p^2 -不变量 $\mathbf{J}_s^k = (J_1^k, J_2^k, J_3^k, J_4^k, J_5^k)$ 的第一个元素 J_1^k 组成的属性向量 \mathbf{v}_s^k ,然后将其各元素按从小到大顺序排列,再计算由第二个元素 J_2^k 组成的属性向量 \mathbf{v}_s^k ,其各元素排列顺序由 \mathbf{v}_s^k 决定;同理,对点模式 \mathbf{Q} 中每一点 $q_t (t > 3)$,计算其属性向量 $\mathbf{v}_t^k, \mathbf{v}_t^k$;

(2) 给定误差值 ϵ 和点模式 P, Q 所应含有的最小匹配点对数 w ;

(3) 比较 v_{i1} 和 v_{j1} 的组成元素, 并根据误差值 ϵ 计算它们包含的相同元素数 I_{s1} , 由此组成索引阵 I_1 ;

(4) 建立一个新的与 I_1 同维的匹配结果矩阵 R , 其元素初值均为 0, 并求出索引矩阵 I_1 的每一行最大值, 如果此值大于 w , 则在 R 中对应于该值的位置填入 1;

(5) 比较 v_{i2} 和 v_{j2} 的组成元素, 并根据误差值 ϵ 计算它们包含的相同元素数 I_{s2} , 由此组成索引阵 I_2 ;

(6) 求出索引矩阵 I_2 的每一行最大值, 如果此值大于 w , 则 R 中对应于该值所处的位置的值不变, 否则填入 0;

(7) 对矩阵 R 中每一个 1, 如果它是所在行 i 和 j 列中唯一的一个 1, 则对应于一对匹配点 (p_i, q_j) ;

(8) 如果超过指定的循环次数或 R 中已找不到匹配结果, 则算法结束; 否则, 令 $\epsilon = \epsilon / 2$, 回到步骤 (3);

注意, 算法 1 中仅使用了由两种广义距离定义的属性向量, 目的是为了减少发生误匹配的可能性. 而算法中没有使用更多的广义距离的原因是 p^2 -不变量中只有两个独立元素.

由算法 1 可求出一些点的匹配结果, 但由于误差值 ϵ 和最小匹配点对数 w 的使用, 使得用算法 1 很难找到全部的匹配结果, 为此, 在算法 1 已经得到的匹配结果的基础上, 利用文献[3]中提出的匹配算法, 提出了可求出全部正确匹配结果的改进算法 2.

算法 2 (匹配结果的进一步改进)

(1) 如果算法 1 的匹配结果中至少包含 4 组对应点, 则转到算法 2 步骤(3);

(2) 若算法 1 的匹配结果加上事先已知的整体对应点 $\{p_1, p_2, p_3\}$ 和 $\{q_1, q_2, q_3\}$, 则构成了点数相同, 且完全匹配的透视变换下的点模式匹配问题, 根据文献[3]中提出的算法, 可求出这些点的匹配结果.

(3) 取现有的 4 组匹配点对组成射影坐标系, 然后分别求出两个点集中其它未匹配点的坐标.

(4) 比较算法 2 步骤(3)中计算出来的两个点集中的未匹配点的射影坐标, 以实现最终匹配结果.

3 仿真实验及结果

为了验证本文提出的算法的效果, 还进行了仿真实验. 仿真实验数据的产生过程首先是随机产生范围为 500×500 的二维点模式 P , 并将包含此点集

平面的原点与相机中心重合, 然后平行于象平面, 将其移到相机坐标系中 $z = 1000$ 处, 再将此空间点模式经过旋转和平移, 得到空间点模式 Y . 这里, 旋转量由轴 $k = [1 \ 0 \ 0]^T$ 和转角为 60° 所定义, 平移量为 $t = [100 \ 200 \ 500]^T$. 设相机的焦距为 1, 再对 Y 做透视变换得到二维点模式 Q , 显而易见, 点模式 P 和点模式 Q 之间满足透视变换关系. 最后对点模式 P 和 Q 的每个点的坐标分别加上零均值、方差为 1 的高斯噪声, 噪声经过量化处理, 并限制其幅度在 ± 3 以内. 为了验证本文算法是否适用于解决点集不能完全匹配的情形, 我们以随机生成的 5 个点替换掉点模式 P 中第 11 至第 15 点, 则正确的匹配结果见表 1.

表 1 点模式 P 和 Q 中的正确点对应关系

P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	无	无	无	无	无

实验所用的空间点模式 P, Q 如图 3、图 4 所示, 其具体数值见表 2.

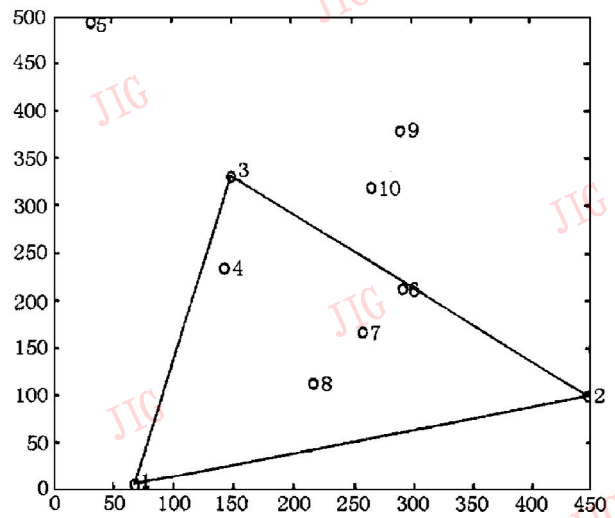


图 3 实验中的点模式 P

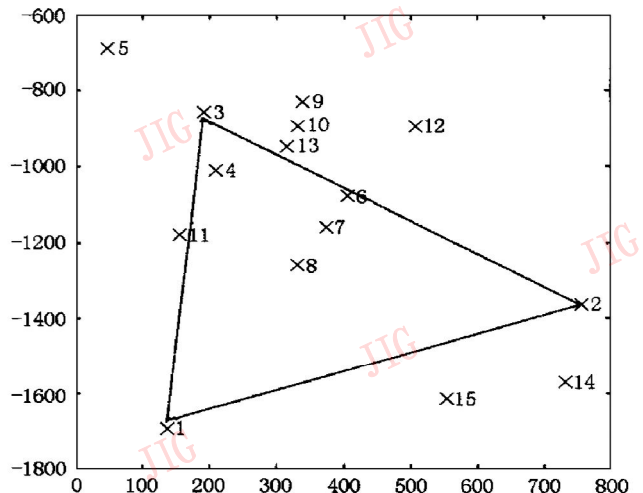


图 4 实验中的点模式 Q

表2 实验中的点模式 P 和 Q 的坐标值

	P		Q	
	x	y	x	y
1	68	6	136	1 671
2	447	100	754	- 1 365
3	149	331	190	- 876
4	142	235	202	- 1 046
5	32	494	37	- 657
6	291	212	423	- 1 092
7	258	167	397	- 1 191
8	216	113	360	- 1 328
9	290	380	348	- 802
10	265	320	339	- 893
11	105	190	158	- 1 139
12	392	284	308	- 861
13	231	284	308	- 954
14	397	30	746	- 1 585
15	301	25	571	- 1 601

假定点模式 P 中点 1、2、3 与点模式 Q 中点 1、2、3 整体对应, 则使用 2.3 节中的算法, 经过两次循环, 即可求出如表 3 所示的匹配结果.

表3 使用算法 1 所得的匹配结果

P	4	5	7	8	9	10
Q	4	5	7	8	9	10

显而易见, 除了整体对应点以外, 只有一组点对 (6, 6) 没有匹配出来, 由于匹配结果的点数超过了 4, 故可组成射影坐标系, 经过算法 2 的第 3 步, 可进一步求出表 4 的匹配结果.

表4 使用算法 2 所得的匹配结果

P	1	2	3	6
Q	1	2	3	6

结合表 3、表 4, 并与表 1 相比较, 证明本文算法求出了完全正确的匹配结果.

4 总结与讨论

本文利用射影坐标和 p^2 -不变量理论, 通过定义广义距离和属性向量, 使透视变换下的二维点具有了与欧氏变换下的二维点类似的单点属性, 在假

定事先有 3 点整体对应的前提下, 给出了透视变换下点集匹配的一种算法. 仿真实验证明, 此新算法是快速有效的, 并且由于射影坐标和交比不仅是透视变换下的不变量, 还是一般射影变换下的不变量, 因此该算法不仅适用于求解基于模型的匹配问题, 还适用于解决满足射影变换关系的任意两个二维点模式的匹配问题, 如, 同一平面点集在两个不同相机中的图象, 甚至是平面点集的影子经再次投影所成的影子的匹配, 而且相机不需事先作任何标定, 因此具有较广的应用范围.

参考文献

- 1 Jacobs D W. Optimal matching of planar models in 3D scenes. In: Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Lahaina, Maui, Hi, 1991: 269~274.
- 2 Lamdan Y, Schwantz J T, Wolfson H J. Object recognition by affine invariant matching. In: Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Ann Arbor, MI, 1988: 335~ 344.
- 3 张立华. 点模式匹配方法研究[博士学位论文]. 北京: 清华大学, 2000.
- 4 方德植, 陈奕培. 射影几何. 北京: 高等教育出版社, 1983.
- 5 Lenz R, Meer P. Point configuration invariants under simultaneous projective and permutation transformations. Pattern Recognition, 1994, 27(11): 1523~ 1532.



张立华 1971 年生. 1994 年毕业于清华大学自动化系, 现为该系博士研究生. 研究方向包括自动控制、计算机视觉等.



徐文立 1947 年生. 1970 年毕业于清华大学电机工程系, 1980 年获清华大学自动化系硕士学位, 1990 年获美国科罗拉多大学电力与计算机工程系博士学位. 现为清华大学教授, 博士生导师. 当前的研究领域主要涉及自动控制、计算机视觉、机器人等.